

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Орский гуманитарно-технологический институт (филиал)  
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования «Оренбургский государственный университет»  
(Орский гуманитарно-технологический институт (филиал) ОГУ)

Кафедра программного обеспечения

Методические указания по выполнению и защите лабораторных работ  
по дисциплине «ФТД.2 Современные системы компьютерной математики»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

09.03.03 Прикладная информатика  
(код и наименование направления подготовки)

Прикладная информатика в экономике  
(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Тип образовательной программы

Программа бакалавриата

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

Год начала реализации программы (набора)

2019

г. Орск 2018

Методические указания предназначены для обучающихся очной формы обучения направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика профилю Прикладная информатика в экономике по дисциплине «ФТД.2 Современные системы компьютерной математики»

Составитель \_\_\_\_\_  О.В. Подсобляева

Методические указания рассмотрены и одобрены на заседании кафедры программного обеспечения, протокол № 1 от «01» сентября 2018 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_  Е.Е. Сурина

Согласовано:  
Председатель методической комиссии по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

\_\_\_\_\_  Е.Е.Сурина  
«12» сентября 2018 г.

© Подсобляева О.В., 2018  
© Орский гуманитарно-технологический институт (филиал) ОГУ, 2018

## Пояснительная записка

В результате изучения дисциплины «ФТД.2 Современные системы компьютерной математики» у обучающихся должны быть сформированы знания, умения и навыки:

- овладеть навыками и умением решать теоретические модели экономических явлений и инженерно – экономических задач средствами и методами компьютерной математики.

- освоение студентами общих понятий и идей, относящихся к преобразованию математических моделей различных прикладных задач экономики к виду, удобному для нахождения их решения с помощью компьютера.

Целью проведения лабораторных и практических занятий является:

закрепление знаний студентов по основам проектной деятельности,

формирование у студентов навыков использования современных технических средств и технологий для решения проектных и исследовательских задач.

## Тематический план

Таблица 1 – Тематический план выполнения лабораторных работ по дисциплине «ФТД.2 Современные системы компьютерной математики для обучающихся направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика профиль подготовки Прикладная информатика в экономике

### Лабораторные работы

№ ЛР	№ раздела	Наименование лабораторных работ	Кол-во часов
1, 2	1	Решение нелинейных уравнений. Отделение корней. Методы деления отрезка пополам, сканирования, простой итерации, Ньютона, хорд, секущих. Блок-схемы алгоритмов. Программы. Результаты	2
3,4	1	Встроенные функции Mathcad для решения нелинейных уравнений $\text{root}(f(x),x)$ , $\text{root}(f(x),x,a,b)$ , $\text{polyroot}(v)$ , решающие блоки $\text{given} - \text{find}(x)$ , $\text{given} - \text{minerr}(x)$ и команда $f(x) \text{ solve}, x \rightarrow ( )$	4
5,6	1	Программирование в Mathcad	4
7,8	2	Решение систем линейных уравнений. Методы Гаусса, Крамера, простой итерации, обратной матрицы. Блок-схемы алгоритмов. Программы	4
9,10	2	Использование встроенных процедур Mathcad: методы Гаусса, обратной матрицы, Крамера, простой итерации. Приведение системы к виду, удобному для итераций. Использование решающих блоков $\text{given} - \text{find}( )$ , $\text{given} - \text{minerr}( )$ , $\text{lsolve}(A,b)$ . Вычисление погрешностей, чисел обусловленности и норм матриц	4
11,12	2	Программирование в Mathcad	4
13,14	3	Решение систем нелинейных уравнений. Методы Ньютона и простой итерации. Блок-схемы алгоритмов. Программы. Результаты.	4
15,16	3	Решение в Mathcad. Графическое отделение корней. Графическое нахождение решений. Решающие блоки $\text{given} - \text{find}( )$ ; $\text{given} - \text{minerr}( )$ . Вычисление погрешности и чисел обусловленности матрицы Якоби.	4
17,18	3	Программирование в Mathcad	4
		Итого:	34

### Методические указания по выполнению и оформлению лабораторных работ

Лабораторные работы по дисциплине «Современные системы компьютерной математики» предполагают решение задач по темам, представленным в тематическом плане.

В лабораторной работе должны быть выполнены все предусмотренные задания. В работе должна просматриваться логическая последовательность и взаимная увязка основных частей работы.

#### Лабораторная работа №1,2,3,4

**Встроенные функции Mathcad для решения нелинейных уравнений  $\text{root}(f(x),x)$ ,  $\text{root}(f(x),x,a,b)$ ,  $\text{polyroot}(v)$ , решающие блоки  $\text{given} - \text{find}(x)$ ,  $\text{given} - \text{minerr}(x)$  и команда  $f(x) \text{ solve, } x \rightarrow ( )$  Решение нелинейных уравнений. Отделение корней. Методы деления отрезка пополам, сканирования, простой итерации, Ньютона, хорд, секущих. Блок-схемы алгоритмов. Программы. Результаты**

**Задание 1.** Определить функцию  $f(x)$ , вычислить ее значение при  $x=2,9$  и построить таблицу значений функции для  $x \in [2;12]$  с шагом 1. Построить график функции.

1.	$\frac{8(x-1)}{(x+1)^2}$
2.	$\frac{5x}{x^2+3}$
3.	$\frac{x^3-27x+54}{x^3}$
4.	$-\frac{5x}{x^2+2}$
5.	$\left(\frac{x+2}{x-2}\right)^2$
7.	$\frac{x^2-6x+9}{(x-1)^2}$
8.	$\left(2+\frac{1}{x}\right)^2$
9.	$\frac{5x^2}{x^2+3}$
10.	$-\frac{5x^2}{x^2+2}$

**Задание 2.** Исследуйте и, если решение существует, найдите по формулам Крамера решение системы

$$1. \quad A = \begin{pmatrix} 0,005 & 0,004 & 0,150 & 0 \\ -0,090 & -0,033 & 0,0067 & -0,098 \\ 0,150 & 0,033 & 0,050 & 0 \\ 2,857 & 0,100 & -0,300 & 0,025 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0,057 \\ -0,098 \\ -0,183 \\ -0,041 \end{pmatrix}$$

$$2. \quad A = \begin{pmatrix} 0,010 & 0,008 & 0,200 & 0,050 \\ -0,080 & 0 & 0,013 & 0,050 \\ 0,250 & 0,067 & 0,067 & 0,069 \\ 0,0057 & 0,150 & -0,267 & 0,050 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0,168 \\ -0,126 \\ 0,646 \\ 0,0086 \end{pmatrix}$$

$$3. \quad A = \begin{pmatrix} 0,015 & 0,012 & 0,250 & 0,100 \\ -0,070 & 0,033 & 0,020 & 0,075 \\ 0,350 & 0,100 & 0,075 & 0,110 \\ 0,0086 & 0,200 & -0,233 & 0,075 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0,388 \\ -0,084 \\ 1,357 \\ 0,149 \end{pmatrix}$$

$$4. \quad A = \begin{pmatrix} 0,020 & 0,016 & 0,300 & 0,150 \\ -0,060 & 0,067 & 0,027 & 0,100 \\ 0,450 & 0,133 & 0,080 & 0,139 \\ 0,011 & 0,250 & -0,200 & 0,100 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0,662 \\ 0,029 \\ 2,312 \\ 0,379 \end{pmatrix}$$

$$5. \quad A = \begin{pmatrix} 0,025 & 0,020 & 0,350 & 0,200 \\ -0,050 & 0,100 & 0,033 & 0,125 \\ 0,550 & 0,167 & 0,083 & 0,161 \\ 0,014 & 0,300 & -0,167 & 0,125 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1,008 \\ 0,212 \\ 3,507 \\ 0,700 \end{pmatrix}$$

$$6. \quad A = \begin{pmatrix} 0,030 & 0,024 & 0,400 & 0,250 \\ -0,040 & 0,133 & 0,040 & 0,150 \\ 0,650 & 0,200 & 0,086 & 0,179 \\ 0,017 & 0,350 & -0,133 & 0,150 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1,427 \\ 0,465 \\ 4,940 \\ 1,111 \end{pmatrix}$$

$$7. \quad A = \begin{pmatrix} 0,035 & 0,028 & 0,450 & 0,300 \\ -0,030 & 0,167 & 0,047 & 0,175 \\ 0,750 & 0,233 & 0,088 & 0,195 \\ 0,020 & 0,400 & -0,100 & 0,175 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1,918 \\ 0,788 \\ 6,611 \\ 1,613 \end{pmatrix}$$

$$8. \quad A = \begin{pmatrix} 0,045 & 0,036 & 0,550 & 0,400 \\ -0,010 & 0,233 & 0,060 & 0,225 \\ 0,950 & 0,300 & 0,090 & 0,220 \\ 0,026 & 0,500 & -0,033 & 0,225 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3,117 \\ 1,646 \\ 10,664 \\ 2,888 \end{pmatrix}$$

$$9. \quad A = \begin{pmatrix} 0,050 & 0,040 & 0,600 & 0,450 \\ 0 & 0,267 & 0,067 & 0,250 \\ 1,050 & 0,333 & 0,091 & 0,230 \\ 0,029 & 0,550 & 0 & 0,250 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3,825 \\ 2,181 \\ 13,045 \\ 3,661 \end{pmatrix}$$

$$10. \quad A = \begin{pmatrix} 0,055 & 0,044 & 0,065 & 0,500 \\ 0,010 & 0,300 & 0,073 & 0,275 \\ 1,150 & 0,367 & 0,092 & 0,240 \\ 0,031 & 0,600 & 0,033 & 0,75 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4,605 \\ 2,785 \\ 15,662 \\ 4,524 \end{pmatrix}$$

**Задание 3.** Найдите по определению производную функции  $f(x)$ . Вычислите значение производной в точке  $x=0$ , имея в виду, что  $f(0)=0$ .

	$f(x)$
1	$\sin x \cos \frac{5}{x}$
2	$6x + x \sin \frac{1}{x}$
3	$\sin(x \sin \frac{3}{x})$
4	$2x^2 + x^2 \cos \frac{1}{9x}$
5	$\ln(1 - \sin(x^3 \sin \frac{1}{x}))$
6	$\frac{\ln \cos x}{x}$
7	$x^2 \cos \frac{4}{3x} + \frac{x^2}{2}$
8	$\sqrt{1 + \ln(1 + x^2 \sin \frac{1}{x})} - 1$
9	$x^2 \cos \frac{11}{9x}$

10	$2x^2 + x^2 \cos \frac{1}{x}$
----	-------------------------------

**Задание 4.** Вычислите неопределенный интеграл  $\int f(x) dx$  и проверьте правильность вычислений, постройте графики семейства первообразных.

	$f(x)$
1	$\frac{1}{\sin^2 x (1 - \cos x)}$
2	$\frac{\cos x - \sin x}{(1 + \sin x)^2}$
3	$\frac{1}{\sin x (1 - \sin x)}$
4	$\frac{\cos x}{5 + 4 \cos x}$
5	$\frac{\cos x}{1 + \sin x - \cos x}$
6	$\frac{\cos x}{2 + \sin x}$
7	$\frac{\cos x}{(1 - \cos x)^2}$
8	$\frac{1}{\cos x (1 - \cos x)}$
9	$\frac{1}{(1 + \sin x - \cos x)^2}$
10	$\frac{1 + \sin x}{1 + \sin x - \cos x}$

**Задание 5.** Изобразите график заданной функции и подтвердите построение аналитическим исследованием, постройте график производной.

	$f(x)$
1	$1 - \sqrt[3]{x^2 - 2x}$
2	$8x - 16 - 12\sqrt[3]{(x+4)^2}$
3	$1 - \sqrt{(x-2)^2 - 1}$
4	$\sqrt[3]{(x+2)^2 - 1}$
5	$3\sqrt[3]{(x-2)^2 - 2x + 4}$
6	$3\sqrt[3]{(x-1)x}$
7	$2 + \sqrt[3]{8x(x+2)}$

8	$\frac{6\sqrt[3]{6(x-3)^2}}{(x-1)^2 + 8}$
9	$\sqrt[3]{(x+4)(x-4)}$
10	$2x + 2 + 3\sqrt[3]{(x-1)^2}$

**Задание 6.** Изобразите кривые спроса и предложения. Найдите равновесную цену. Выполните задание для функций  $D(Q) = -AQ + B$  и  $S(Q) = Q^2/C + Q/D + E$ .

N	A	B	C	D	E
1	4	140	5	5	50
2	5	130	5	7	80
3	7	150	5	7	80
4	6	140	7	7	70
5	4	140	7	7	70
6	3	120	3	2	70
7	5	120	3	2	70
8	4	100	2	5	70
9	6	120	2	5	70
10	7	100	3	7	90

#### Лабораторная работа №7,8

Решение систем линейных уравнений. Методы Гаусса, Крамера, простой итерации, обратной матрицы. Блок-схемы алгоритмов. Программы

Создать программу нахождения определителя, обратной и транспонированной матриц



Исходная матрица

$$M := \begin{bmatrix} 0 & 2.1 & 3.2 & 1.2 & 0 \\ 0.8 & 0 & 2.9 & 0 & 1.4 \\ 1.4 & 2.5 & 0 & 3.2 & 2.8 \\ 1.6 & 0 & 1.3 & 0 & 1.1 \\ 0 & 1.8 & 3.8 & 2.2 & 0 \end{bmatrix}$$

Определитель

$$OM := |M| \quad OM = 38.172$$

Транспонированная матрица

$$MT := M^T \quad MT = \begin{bmatrix} 0 & 0.8 & 1.4 & 1.6 & 0 \\ 2.1 & 0 & 2.5 & 0 & 1.8 \\ 3.2 & 2.9 & 0 & 1.3 & 3.8 \\ 1.2 & 0 & 3.2 & 0 & 2.2 \\ 0 & 1.4 & 2.8 & 1.1 & 0 \end{bmatrix}$$

Нахождение обратной матрицы

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.4 & 0.2 & -0.2 \\ 0.4 & 0.4 & -0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.4 & -0.4 \\ 0.2 & 0.2 & 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}$$

Проверка : перемножение исходной и обратной матрицы

$$Pr := \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.6 & -0.4 & 0.2 & -0.2 \\ 0.4 & 0.4 & -0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.2 & 0.4 & -0.4 \\ 0.2 & 0.2 & 0.4 & 0.6 \end{bmatrix} \quad Pr = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Задание 2. Решить систему уравнения двумя способами: матричным методом и методом Гаусса**

## Решение системы уравнения матричным методом

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 10 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \end{cases}$$

Запишем в матричном виде:

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$|A| = -4$$

$$x := A^{-1} \cdot b \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$x := \text{lsolve}(A, b)$$

$$x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

## Решение системы уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 30 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 10 \\ x_2 - x_3 + x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10 \end{cases} \quad A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 30 \\ 10 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\text{ORIGIN} := 1$$

Формирование расширенной матрицы системы:

$$A1 := \text{augment}(A, b) \quad A1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 30 \\ -1 & 2 & -3 & 4 & 10 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

Приведение расширенной матрицы к ступенчатому виду (прямой и обратный ходы метода Гаусса)

$$A2 := \text{rref}(A1) \quad A2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

$$x := \text{submatrix}(A2, 1, 4, 5, 5) \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Проверка:

$$A \cdot x - b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вариант	Система линейных уравнений	Вариант	Система линейных уравнений
1	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 3x_3 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_4 = 4 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$	2	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = -4 \\ x_1 - 3x_2 - 6x_4 = -7 \\ 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = -2 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 22 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 17 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 8 \\ x_1 - 2x_3 - 3x_4 = -7 \end{cases}$	4	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 26 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 34 \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 26 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 26 \end{cases}$
5	$\begin{cases} 9x_1 + 10x_2 - 7x_3 - x_4 = 23 \\ 7x_1 - x_3 - 5x_4 = 37 \\ 5x_1 - 2x_3 + x_4 = 22 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 26 \end{cases}$	6	$\begin{cases} 2x_1 - 8x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -18 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 28 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 10 \\ 11x_2 + x_3 + 2x_4 = 21 \end{cases}$
7	$\begin{cases} 6x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 = 158 \\ 2x_1 + x_2 + 10x_3 + 7x_4 = 128 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 7 \\ x_1 - 12x_2 + 2x_3 - x_4 = 17 \end{cases}$	8	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 66 \\ 2x_2 - 6x_3 + x_4 = -63 \\ 8x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 146 \\ 2x_1 - 7x_2 + 6x_3 - x_4 = 80 \end{cases}$
9	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 88 \\ 5x_1 + 2x_3 - 3x_4 = 88 \\ 7x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 181 \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 99 \end{cases}$	10	$\begin{cases} 2x_1 - 3x_3 - 2x_4 = -16 \\ 2x_1 - x_2 + 13x_3 + 4x_4 = 213 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 72 \\ x_1 - 12x_3 - 5x_4 = -159 \end{cases}$

#### Лабораторная работа № 9,10

Использование встроенных процедур Mathcad: методы Гаусса, обратной матрицы, Крамера, простой итерации. Приведение системы к виду, удобному для итераций. Использование решающих блоков `given – find( )`, `given – minerr( )`, `lsolve(A,b)`. Вычисление погрешностей, чисел обусловленности и норм матриц

### Задание 3. Символьные вычисления

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \rightarrow \frac{1}{6} \cdot \pi^2$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \rightarrow \exp(1)$$

$$\prod_{k=2}^{10000} \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) \rightarrow \frac{10001}{20000}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin(x))}{\sin(4x)} \rightarrow \frac{1}{4}$$

$$f(x) := x \cdot \sin(x^2) \quad \frac{d}{dx} f(x) \rightarrow \sin(x^2) + 2 \cdot x^2 \cdot \cos(x^2)$$

$$\frac{d}{dx} x^x \rightarrow x^x \cdot (\ln(x) + 1)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} f(x) \rightarrow 6 \cos(x^2) \cdot x - 4x^3 \cdot \sin(x^2)$$

$$x := 0.5 \quad \frac{d}{dx} \sqrt{\frac{1}{1-x^2}} \rightarrow .7698003589195010193$$

Здесь же можно найти корни уравнения: `Symbolics\Variable\Solve`.

$$a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot (-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}) \\ \frac{1}{(2 \cdot a)} \cdot (-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}) \end{array} \right]$$

`Symbolics\Matrix\Invert`

и обратную матрицу:  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-d}{(-a \cdot d + b \cdot c)} & \frac{b}{(-a \cdot d + b \cdot c)} \\ \frac{c}{(-a \cdot d + b \cdot c)} & \frac{-a}{(-a \cdot d + b \cdot c)} \end{bmatrix}$  `Invert`

Решение системы в аналитической форме

*Given*

$$u + 2 \cdot \pi \cdot v = a$$

$$4u + v = b$$

$$\text{Find}(u, v) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-(-2 \cdot \pi \cdot b + a)}{(-1 + 8 \cdot \pi)} \\ \frac{(4a - b)}{(-1 + 8 \cdot \pi)} \end{bmatrix}$$

#### Задание 4. Построение трехмерного графика

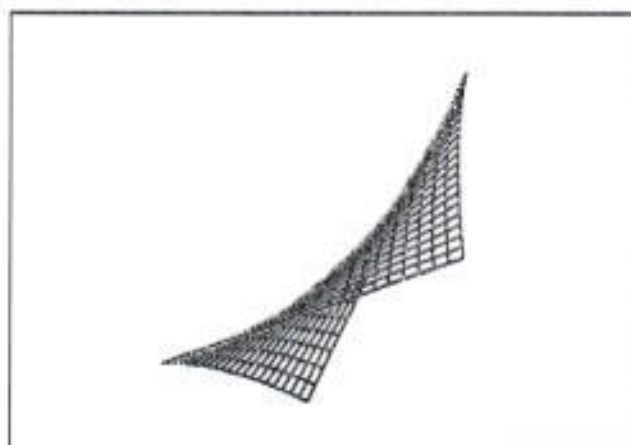
Для вставки поверхности щелкаем на панели графиков соответствующую кнопку. В появившемся прямоугольнике с осями набираем  $M$  в заготовленном месте для ввода. Ниже пишем  $M=$  и получаем точки, по которым построен график

$$z(x, y) := x^2 + \cos(y)^2 - 5 \cdot xy$$

$$x_1 := 0 \quad x_k := 10 \quad y_1 := 0 \quad y_k := 10 \quad k := 20$$

$$i := 0..k \quad x_i := x_1 + \frac{(x_k - x_1) \cdot i}{k} \quad j := 0..k \quad y_j := y_1 + \frac{(y_k - y_1) \cdot j}{k}$$

$$m_{i,j} := z(x_i, y_j)$$



$m$

	0	1	2	3	4	5
0	1	0.77015	0.29193	$5.00375 \cdot 10^{-3}$	0.17318	0.64183
1	1.25	-0.22985	-1.95807	-3.495	-4.57682	-5.35817
2	2	-0.72985	-3.70807	-6.495	-8.82682	-10.85817
3	3.25	-0.72985	-4.95807	-8.995	-12.57682	-15.85817
4	5	-0.22985	-5.70807	-10.995	-15.82682	-20.35817
5	7.25	0.77015	-5.95807	-12.495	-18.57682	-24.35817
6	10	2.27015	-5.70807	-13.495	-20.82682	-27.85817
$m =$ 7	13.25	4.27015	-4.95807	-13.995	-22.57682	-30.85817
8	17	6.77015	-3.70807	-13.995	-23.82682	-33.35817
9	21.25	9.77015	-1.95807	-13.495	-24.57682	-35.35817
10	26	13.27015	0.29193	-12.495	-24.82682	-36.85817
11	31.25	17.27015	3.04193	-10.995	-24.57682	-37.85817
12	37	21.77015	6.29193	-8.995	-23.82682	-38.35817
13	43.25	26.77015	10.04193	-6.495	-22.57682	-38.35817
14	50	32.27015	14.29193	-3.495	-20.82682	-37.85817
15	57.25	38.27015	19.04193	$5.00375 \cdot 10^{-3}$	-18.57682	-36.85817

#### Задание 5. Построение модели развития финансовой пирамиды

## Финансовая пирамида

$n := 1000000$       Число жителей  
 $gashod := 300$       Ежедневные траты на работу пирамиды (рублей)  
 $time := 50$       Среднее время между покупкой и продажей акций (дней)  
 $ka := 10^{-7}$       Коэффициент ажиотажа  
 $dohod := 3\%$       Норма прибыли (ежедневный процент от суммы в кассе)

Состояние на первый день развития

$M_1 := 70000$       Начальный капитал  
 $NK_1 := 7$       Число купленных акций в первый день  
 $MMM_1 := M_1$       Прибыль на первый день

Моделирование развития финансовой пирамиды

$P(t) := 105 + 2 \cdot (t - 1)$       Курс продажи акций в день  $t$  (руб) 1-й день 105 руб.

$K(t) := 100 + 2 \cdot (t - 1)$       Курс покупки акций в день  $t$  (руб) 1-й день 100 руб.

$t := 1..365$       Дни года

Число акций, купленных в  $(t+1)$ -й день

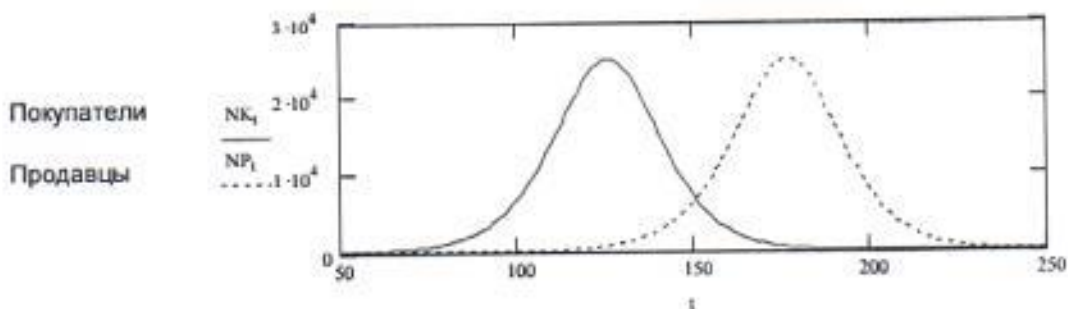
$$NK_{t+1} := ka \cdot \left( n - \sum_{i=1}^t NK_i \right) \cdot \sum_{i=1}^t NK_i$$

Число акций, проданных в  $(t+1)$ -й день

$$NP_{t+1} := \text{if}(t \leq time, 0, NK_{t-time})$$

Графики покупки и продажи акций

$t := 50..250$



### Лабораторная работа № 13,14,15,16

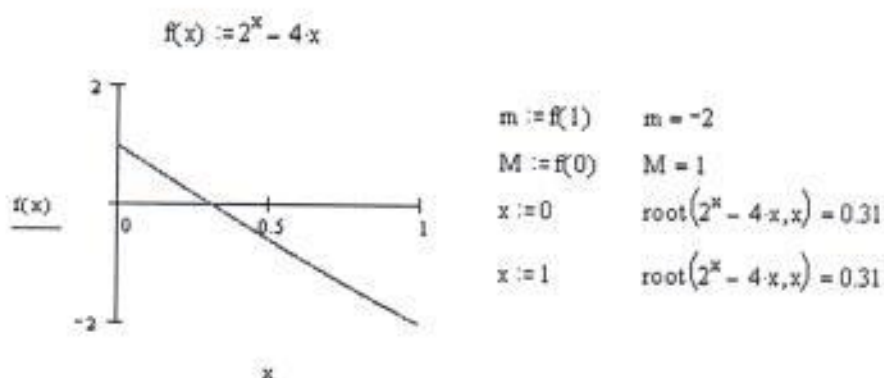
Решение систем нелинейных уравнений. Методы Ньютона и простой итерации. Блок-схемы алгоритмов. Программы. Результаты. Решение в Mathcad. Графическое отделение корней. Графическое нахождение решений. Решающие блоки  $\text{given} - \text{find}()$ ;  $\text{given} - \text{minerr}()$ . Вычисление погрешности и чисел обусловленности матрицы Якоби.

**Задание:** Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $f(x) = 2^x - 4x$  на отрезке  $[0, 1]$ ; решить на этом отрезке уравнение  $2^x - 4x = 0$ .

**Порядок выполнения:**

1. Установите автоматический режим вычислений и режим ото-бражения результатов символьных вычислений по горизон-тали.
2. Определите выражение для функции.
3. Постройте график функции.
4. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
5. Решите уравнение  $f(x) = 0$ , используя функцию `root`, выбрав в качестве нулевого приближения сначала левую, а потом правую границу заданного отрезка.

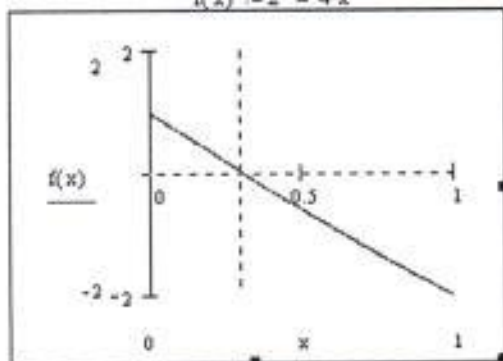
Ниже приведен фрагмент рабочего документа Mathcad с соответствующими вычислениями и графиком.



**Указание.** Функция, рассмотренная в примере, непрерывна на отрезке и монотонно убывает на нем. Наибольшее значения функция достигает в левом конце отрезка, в точке  $x = 0$ , наименьшего в правом конце, в точке  $x = 1$ . Для вычисления нуля функции на отрезке используйте встроенную функцию `root(f, x)`. Перед обращением к `root(f, x)` необходимо присвоить переменной  $x$  начальное значение. В приведенном фрагменте корень вычислялся дважды, в качестве начального приближения использованы сначала левый, а потом правый конец отрезка. Для того чтобы найти корень уравнения графически, используйте операцию вычисления координат точки на кривой. Более точные значения координат корня можно получить, увеличив график в окрестности корня, с помощью операции `Zoom` пункта `Graph` меню `Format`.

Ниже представлены фрагменты рабочего документа Mathcad, в которых приведены результаты соответствующих операций и график функции на промежутке  $(0;6)$ .

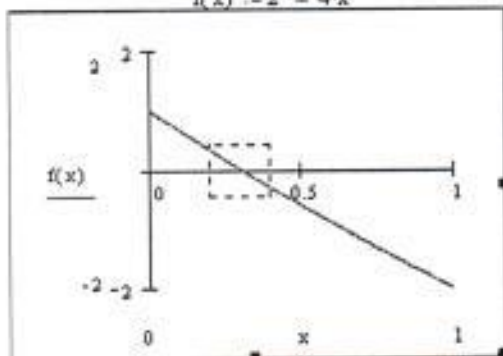
$$f(x) := 2^x - 4x$$



X-Y Trace

X-Value	0.299	Copy X
Y-Value	0.034291	Copy Y
<input checked="" type="checkbox"/> Track Data Points		Close

$$f(x) := 2^x - 4x$$



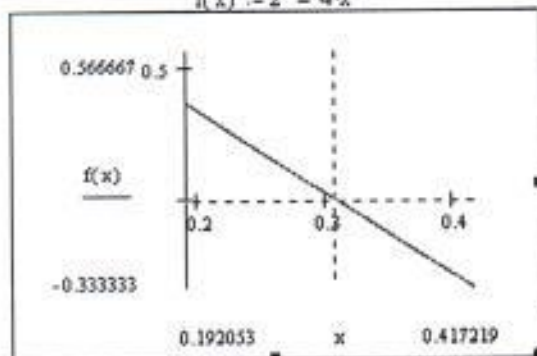
X-Y Zoom

	X	Y
Min:	0.198675	-0.333333
Max:	0.390728	0.466667

Zoom Unzoom Full View

OK Cancel

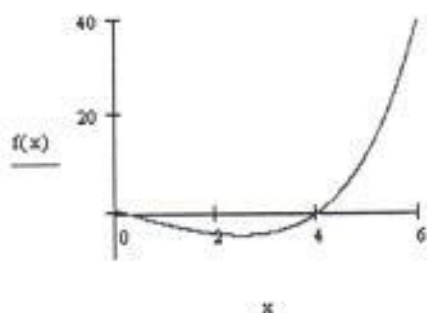
$$f(x) := 2^x - 4x$$



X-Y Trace

X-Value	0.30846	Copy X
Y-Value	0.0045331	Copy Y
<input checked="" type="checkbox"/> Track Data Points		Close

$$f(x) := 2^x - 4x$$





**Выполните индивидуальные задания приведенные ниже.**

Найдите (аналитически и графически) точки, в которых достигаются наибольшее и наименьшее значения заданной на отрезке непрерывной функции. Найдите нуль функции на заданном отрезке. (Решите уравнение  $f(x)=0$ .)

	$f(x)$	Отрезок
1.	$\sqrt[3]{2(x-2)^2(8-x)} - 1$	[0,6]
2.	$4 - x - \frac{4}{x^2}$	[1,4]
3.	$\frac{16}{x^2 + x - 16}$	[1,4]
4.	$\frac{2(x^2 + 3)}{x^2 - 2x + 5} - 1$	[-3, 3]
5.	$2\sqrt{x} - x - 0.5$	[0,4]
6.	$1 + \sqrt[3]{2(x-1)^2(x-7)}$	[-1,5]
7.	$x - 4\sqrt{x} + 3$	[1,9]
8.	$\frac{10x}{x^2 + 1} - 3$	[0,3]
9.	$-2 + \sqrt[3]{2(x+1)^2(5-x)}$	[-3, 3]
10.	$2x^2 + \frac{108}{x^2} - 59$	[2,4]
11.	$2 - x - \frac{4}{(x+2)^2}$	[-1,2]
12.	$\sqrt[3]{2x^2(x-3)}$	[-1,6]
13.	$\frac{2(-x^2 + 7x - 7)}{x^2 - 2x + 2} - 1$	[1,4]
14.	$x - 4\sqrt{x+2} + 5,5$	[-1,7]
15.	$1 - \sqrt[3]{2(x-2)^2(5-x)}$	[1,5]
16.	$\frac{4x}{x^2 + 4}$	[-4,2]
17.	$8 + \frac{8}{x} - \frac{x^2}{2}$	[-4,-1]
18.	$1 + \sqrt[3]{2x^2(x-6)}$	[-2, 4]

**Рекомендуемая литература**

### **Основная литература**

1. Жидков, Е. Н. Вычислительная математика [Текст] : учебное пособие для вузов / Е. Н. Жидков. - Москва : Академия, 2010. - 208 с. - (Высшее профессиональное образование). - Библиогр. : с. 193-194 ; Предм. указ. : с. 195-197. - ISBN 978-5-7695-5892-4, коэффициент книгообеспеченности 1

### **Дополнительная литература**

1. Есипов, Б. А. Методы исследования операций [Текст] : учебное пособие для вузов / Б. А. Есипов. - 2-е изд., испр. и доп. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 304 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр. : с. 294-296. - ISBN 978-5-8114-0917-4., коэффициент книгообеспеченности 0,5

2. Калиткин, Н. Н. Численные методы [Текст] : учебник для вузов: в 2 кн. / Н. Н. Калиткин, Е. А. Альшина. - Кн. 1. Численный анализ. - Москва : Академия, 2013. - 304 с. - (Университетский учебник. Сер. Прикладная математика и информатика) - ISBN 978-5-7695-5089-8., коэффициент книгообеспеченности 1

### **Периодические издания**

1. Журнал «Вестник компьютерных и информационных технологий»
2. Журнал «Информационные технологии и вычислительные системы»
3. Журнал «Стандарты и качество»
4. Журнал «Прикладная информатика»